Sonderabdruck: Helvetica Physiologica et Pharmacologica Acta, Vol. 10, Fasc. 2, 1952

Helv. Physiol. Acta 10, 171-183 (1952)

Aus dem Pharmakologischen Institut der Universität Bern

Die Trägheit der pneumatischen Druckübertragung und Druckverstärkung¹

Von W. Wilbrandt, J. L. de la Cuadra und P. N. Witt

Eingegangen am 6. Februar 1952 (8 Abbildungen)

Das Prinzip der pneumatischen Druckübertragung² ist analog demjenigen der Elektronenröhre (Abb. 1A). Der primäre zu übertragende Druck $P_{\rm I}$ (Gitterpotential) wirkt auf die Membran $M_{\rm I}$ (Gitter) und steuert den gegen $M_{\rm I}$ geblasenen Luftstrom L (Anodenstrom), der aus einem Druckreservoir (Anodenbatterie) durch den hohen Widerstand $W_{\rm I}$ (Anodenwiderstand) gespeist wird. Der entstehende Staudruck oder sekundäre Druck $P_{\rm II}$ (Anodenpotential) wirkt auf die Membran $M_{\rm II}$ und kann für weitere Übertragungen bzw. Verstärkungen oder für Registrierungen verwendet werden.

Das Prinzip kann zwei Zwecken dienstbar gemacht werden. Es kann zur Verstärkung eines kleinen Druckes oder zur statischen Messung bzw. Registrierung eines Druckes (ohne Verstärkung) benützt werden. Im ersten Fall wird eine große Membran $M_{\rm I}$ und ein kleiner Düsenquerschnitt q verwendet, im zweiten Fall wird die Membran $M_{\rm I}$ so klein wie möglich gehalten, um die Volumverschiebungen im primären Teil des Systems auf ein Minimum zu reduzieren.



Abb. 1. A. Schema der pneumatischen Druckübertragung (Erklärung im Text). B. Schematische Darstellung der Grundlagen der Berechnung: momentane Änderung des Drucks $P_{\rm I}$, Änderung des Drucks $P_{\rm II}$ entsprechend der Einstellgeschwindigkeit der Übertragung. Ordinate: Druck; Abszisse: Zeit.

- ¹ Herrn Prof. Aloys Müller zum 60. Geburtstag gewidmet.
- ² W. Wilbrandt und J. L. de la Cuadra: Helv. Physiol. Acta 5, 272-281 (1947).

Der Mechanismus der Verstärkung ist früher diskutiert und experimentell geprüft worden. Für die Betrachtung wurde ein an der Membran $M_{\rm I}$ sich einstellendes Kräftegleichgewicht zwischen den Druck-Flächen-Produkten auf der primären und der sekundären Seite der Membran benützt. Für die Diskussion der Trägheit eignet sich diese Gleichgewichtsbetrachtung nicht. Es müssen dynamische Größen wie Widerstände und Geschwindigkeit benützt werden.

Die Betrachtung geht von folgender Fragestellung aus (Abb. 1B). Das System befinde sich im stationären Zustand, d. h. es bestehe ein konstanter Primärdruck P_{I_0} und der entsprechende Sekundärdruck P_{II_0} habe sich ebenfalls auf Konstanz eingestellt. Nun werde der Primärdruck zur Zeit Null plötzlich auf einen höheren Wert gehoben, der dann wiederum konstant beibehalten wird. Nach welcher Gesetzmäßigkeit ändert sich dann der Sekundärdruck mit der Zeit, wie rasch strebt er dem neuen stationären Zustand zu?

Es sollen folgende Bezeichnungen benützt werden:

- t =Zeit nach der Änderung des primären Drucks.
- v = Volumgeschwindigkeit (cm³/Sekunden) des Luftstroms im Spalt zwischen Düse und Membran $M_{\rm I}$ zur Zeit t.
- $v_e = {\rm diese}$ Geschwindigkeit nach Einstellung des neuen stationären Zustandes.
- V = Volumen des Raums II zwischen Widerstand W_1 , Membran M_{II} und Düsenausgang (cm³).
- P = Druck im Raum II zur Zeit t (Atmosphären).
- $P_0 = \text{Druck im Raum II zur Zeit } t = 0.$
- $P_e = \text{Druck im Raum II nach Einstellung des neuen stationären Zustandes.}$
- m = Luftmenge im Raum II zur Zeit t (Einheit: Luftmenge in 1 cm³ beim Druck 1, d. h. bei Atmosphärendruck).

Die Geschwindigkeit der Umstellung hängt offenbar davon ab, wie rasch sich in den in Abb. 1A schraffiert gezeichneten Raum II zwischen dem Widerstand W_1 und dem Düsenausgang die erforderliche Luftmenge einführen läßt. Da dabei nicht nur das bestehende Volumen V auf höheren Druck gebracht werden muß, sondern außerdem dieses Volumen durch Vorwölbung der Membran $M_{\rm II}$ zunimmt, werden zunächst zwei Größen von Bedeutung sein: das Volumen V selbst und seine Änderung mit dem Druck dV/dP, d. h. seine Volumelastizität. Außerdem wird die Geschwindigkeit des Luftstroms v_e sowie die Höhe des zu erreichenden neuen Drucks P_e von Einfluß sein.

Die Beziehung zwischen primärem und sekundärem Druck, auf die in der ersten Veröffentlichung eingegangen worden ist, soll für die Berechnung nicht berücksichtigt werden. Es soll vielmehr die Höhe des sekundären Drucks im neuen stationären Zustand als gegeben betrachtet werden.

Zu einem für die Berechnung verwertbaren Ansatz kann man dann auf

folgende Weise kommen. Man betrachtet den Spalt zwischen Düsenausgang und Membran $M_{\rm I}$ als Widerstand W_2 , der sich bei Druckvariation verändert. Einfachheitshalber soll er als Funktion nur des Primärdrucks $P_{\rm I}$ betrachtet werden (obwohl er in Wirklichkeit auch durch den Sekundärdruck beeinflußt wird). Der durch diese Vereinfachung begangene Fehler muß sich in einer zu langsam berechneten Adaptation des Sekundärdrucks äußern. Wäre beispielsweise der Widerstand sofort nach der Erhöhung des primären Drucks unendlich, d. h. würde die Membran vollständig sperren, so würde sich der schraffierte Raum rascher mit Luft anfüllen können, als wenn der Widerstand von Anfang an den definitiven endlichen Wert besitzt, bei dem sich der stationäre Zustand einstellt.

Eine weitere Annahme, die eingeführt werden soll, ist die, daß der Luftraum am Eingang in den Raum II, d. h. im Widerstand W_1 , konstante Geschwindigkeit besitzt. Diese Annahme ist experimentell mit beliebiger Annäherung zu verwirklichen, wenn der Widerstand W_1 und der Druck im Druckreservoir genügend gesteigert werden, so daß $W_1 \gg W_2$.

Eine letzte wichtige Frage ist die, wie der Widerstand des Luftspalts zwischen Düse und Membran M_1 zu definieren ist. Da der Druck in Atmosphären gemessen wird, kann sein Wert außerhalb des Raums II = 1 gesetzt werden. Wäre das Ohmsche Gesetz anwendbar, d. h. wäre die Geschwindigkeit des Luftstroms proportional der Druckdifferenz P-1, so wäre die zu benützende Widerstandsgröße das Verhältnis $\frac{P-1}{v}$. Da sich jedoch an der Stelle des Spaltes der Querschnitt e für den Luftstrom plötzlich stark ändert, wird eher eine quadratische Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Druckdifferenz bestehen, so daß die zu benützende Widerstandsgröße die Form $\frac{P-1}{v^2}$ annehmen würde.

Die Berechnung werde zunächst für die einfachere Annahme (Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes) im einzelnen durchgeführt. Die Änderungen, die sich aus der Einführung anderer Beziehungen zwischen Druck und Geschwindigkeit ergeben, sollen später diskutiert werden.

A. Der Druckverlauf bei Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes $\left(\frac{P-1}{n}konstant\right)$

Ist die Geschwindigkeit des Lufteintritts in den Raum II durch den Widerstand W_1 konstant (siehe oben), diejenige am Düsenausgang dagegen entsprechend dem Widerstand variabel, so ist die Geschwindigkeit, mit der die Luftmenge im Raum II zunimmt, durch die Differenz der beiden Strömungsgeschwindigkeiten gegeben:

$$\frac{d\,m}{dt} = v_e - v \tag{1}$$

 $(v_e \text{ ist gleich der Geschwindigkeit des Eintritts in den Raum II, da ja im stationären Zustand die Geschwindigkeiten im Widerstand <math>W_1$ und im Düsenspalt gleich sind).

Nimmt man an, daß der Widerstand am Düsenausgang sich vom Moment der Änderung des primären Drucks an nicht mehr verändert (siehe oben), so ergibt sich weiter:

$$\frac{v}{P-1} = \frac{v_e}{P_e - 1} \ . \tag{2}$$

Aus (1) und (2) erhält man

$$\frac{dm}{dt} = v_e \left(1 - \frac{P - 1}{P_e - 1} \right). \tag{3}$$

Um zu einer Gleichung für den zeitlichen Verlauf des Drucks P zu gelangen, muß man nun die Beziehungen zwischen der Luftmenge m und den Größen P und V benützen, die sich ergeben aus dem Gasgesetz:

 $m = PV \tag{4}$

$$dm = PdV + VdP \tag{5}$$

sowie aus der Volumelastizität des Raums II:

$$\frac{dV}{dP} = a \tag{6}$$

$$dV = adP \tag{6a}$$

Die Größe a, die reziproke Volumelastizität, werde im folgenden als Volumnachgiebigkeit bezeichnet. Aus den Gleichungen (5) und (6a) erhält man:

$$dm = PadP + VdP$$

= (V + a P)dP. (7)

Setzt man diesen Wert in die Gleichung (3) ein, so ergibt sich:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{v_{\epsilon} \cdot \left(1 - \frac{P-1}{P_{\epsilon}-1}\right)}{V + aP}.$$
(8)

Integriert man Gleichung (8) unter Benützung der Anfangsbedingung, daß für t = 0 der Druck für $P = P_0$ ist, so erhält man:

$$t = \frac{P_{e} - 1}{v_{e}} \left[(V + a P_{e}) \ln \frac{P_{e} - P_{0}}{P_{e} - P} - a (P - P_{0}) \right].$$
(9)

Diese Gleichung zeigt zunächst, daß die Geschwindigkeit des Druckanstiegs proportional der Luftströmungsgeschwindigkeit ist. Es ergibt sich weiter, daß sie abnimmt, wenn das Volumen V oder die Volumnachgiebigkeit a steigt, ebenso wenn der Enddruck P_e zunimmt.

Abb. 2 zeigt eine Reihe von berechneten Kurven, entsprechend Gleichung (9) unter Variation der Größen v_e , V und a.

Als zweckmäßiges Maß der Einstellungsgeschwindigkeit eignet sich die Halbanstiegszeit $t_{0,5}$: die Zeit, zu der der Druckanstieg die Hälfte seines definitiven Wertes erreicht hat (Abb. 2). Es gibt sich für diese Größe die Beziehung:

$$t_{0,5} = \frac{P_{\epsilon} - 1}{v_{\epsilon}} \left[(V + a P_{e}) \ 0,694 - a \frac{P_{\epsilon} - P_{0}}{2} \right]$$
(10)

oder

$$t_{0,5} = \frac{P_e - 1}{v_e} \left[0,694 \, V + a \left(0,694 \, P_e - \frac{P_e - P_0}{2} \right) \right]. \tag{10a}$$

Ist der Druck $P_0 = 1$, so wird aus (10a):

$$t_{0,5} = \frac{P_e - 1}{v_e} \left[0,694 \, V + a \, (0,194 \, P_e + 0,5) \right]. \tag{10b}$$

Für praktische Zwecke kann man im allgemeinen den Ausdruck $\frac{P_e - P_0}{2}$ (bzw. $\frac{P_e - 1}{2}$) gegenüber 0,69 P_e vernachlässigen, sofern nämlich der Druckanstieg im Raum II ein kleiner Bruchteil einer Atmosphäre ist. Unter diesen Umständen nimmt die Gleichung (10a) eine einfachere Form an:

$$t_{0,5} = \frac{P_c - 1}{v_c} \cdot 0,694 \left(V + a \right). \tag{11}$$

Die Halbanstiegszeit wird dann unmittelbar proportional dem definitiv erreichten Überdruck, umgekehrt proportional der Luftströmungsgeschwindigkeit und proportional der Größe (V + a).

Die Trägheit der Übertragung bzw. Verstärkung läßt sich demnach ver-

mindern erstens durch Vergrößerung der Strömungsgeschwindigkeit, zweitens durch Verwendung niedriger Enddrucke und schließlich durch Arbeiten mit einem kleinen Wert für (V + a). Dabei ist wichtig, daß von den

Abb. 2. Berechnete Einstellkurven bei Variation des Volumens V. Für die anderen Parameter wurden folgende Werte gewählt $a = 1,3, v_e =$ 5,13, $P_e = 1,28, P_0 = 1,13$ (entsprechend den Werten bei den Messungen in Abb. 5). Ordinate: sekundärer Druck. Abszisse: Zeit. Bei der Einstellkurve für V = 1000ist die Halbanstiegszeit $t_{0,5}$ eingezeichnet.



Größen V und a häufig die eine oder andere dominieren wird. In diesem Fall ist praktisch nur eine Änderung der dominierenden Größe von Einfluß auf die Trägheit. Arbeitet man beispielsweise mit einem Volumen von 10 cm³ und einem Wert für a von 100 cm³/Atmosphäre, so wird man durch eine Herabsetzung des Volumens 10 auf 1 cm³ fast nichts erreichen, nämlich nur eine Erhöhung der Einstellgeschwindigkeit im Verhältnis 110:101, d. h. um 9%. Abb. 3 zeigt das gleiche in anderer Form: die theoretischen Kurven für $t_{0,5}$ (in logarithmischem Maßstab) als Funktion von V bzw. a (ebenfalls logarithmisch) verlaufen in den entsprechenden Gebieten praktisch waagrecht.

Diese Verhältnisse sind auch von Bedeutung für die naheliegende Frage, ob sich die Trägheit der Übertragung wesentlich vermindern läßt durch Verwendung von Wasser als inkompressibler Flüssigkeit an Stelle von Luft. In diesem Falle fällt die Größe V aus der Gleichung heraus, und die Halbanstiegszeit ist (neben den vor der Klammer stehenden Größen) nur noch abhängig von a. Eine Herabsetzung der Trägheit würde sich unter diesen Umständen also nur dann erzielen lassen, wenn V dominiert. Im allgemeinen ist es experimentell leichter, den Wert V herabzusetzen als den Wert a. Die Verwendung von Wasser würde daher von vornherein nur dann Nutzen versprechen, wenn man aus irgendeinem Grund gezwungen ist, mit einem großen V zu arbeiten, z. B. bei unvermeidlicher großer räumlicher Ent-



Abb. 3. Berechnete Abhängigkeit der Halbanstiegszeit (in logarithmischem Maßstab) von den Parametern V und a (ebenfalls in logarithmischem Maßstab gezeichnet). Die Pfeile in Abb. 3B sind gemessene Werte einiger im Laboratorium gebräuchlicher Druckmesser: I: feines Kapillarquecksilbermanometer; II: Quecksilbermanometer 4 mm Durchmesser; III: Wassermanometer 6 mm Durchmesser; IV: Marey-Kapsel mit Fahrradschlauchgummi; V: Marey-Kapsel mit Zahnarztplattengummi; VI: Marey-Kapsel mit Condomgummi. Die vielgebräuchlichen Marey-Kapseln haben selbst bei dicken Gummimembranen sehr hohe Werte von a!

fernung zwischen $M_{\rm I}$ und $M_{\rm II}$. Der Nutzen würde dann aber dadurch stark herabgesetzt, daß es mit Wasser schwieriger ist, große Werte von v_e zu erreichen. Man müßte dazu auf jeden Fall die Dimensionierung der Apparatur wesentlich verändern.

Dagegen ist es dann unter Umständen möglich, den größten Teil des Raumes II mit Wasser zu füllen und nur den Durchlaß zwischen W_1 und der Düse für Luft freizuhalten, womit man ebenfalls praktisch unabhängig von V wird. Bei großen Querschnitten (zur Verminderung der nötigen Beschleunigung der Wassermasse) kann man so gelegentlich die Trägheit wirksam herabsetzen.

B. Der Druckverlauf bei anderen Beziehungen zwischen Druck und Geschwindigkeit $\left(\frac{P-1}{r^2} \text{ oder } \frac{(P-1)^2}{r} \text{ konstant}\right)$

Ersetzt man die einfache Annahme der Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes durch andere Beziehungen zwischen Druck und Luftströmungsgeschwindigkeit, so ergeben sich zunächst bei der Rechnung scheinbar beträchtliche Differenzen im Resultat (Gleichungen 9, siehe unten), die sich jedoch mit Bezug auf die Halbanstiegszeit als nicht sehr wesentlich erweisen. Die Abhängigkeit der Halbanstiegszeit von den experimentellen Größen bleibt qualitativ die gleiche und ändert sich auch quantitativ nicht sehr beträchtlich.

Es wurde nicht nur die oben erwähnte Beziehung $\frac{(P-1)}{v^2} = \text{konstant}$ benützt, die als II bezeichnet werde, sondern auch die Form $\frac{(P-1)^2}{v} = \text{konstant}$ (III).

Die Änderung betrifft zunächst die Gleichung (2), die folgende Formen annimmt:

$$\frac{v^2}{P-1} = \frac{v_\epsilon^2}{P_\epsilon - 1} \tag{2II}$$

$$\frac{v}{(P-1)^2} = \frac{v_e}{(P_e-1)^2} \tag{2111}$$

Die weitere Entwicklung führt dann unter der vereinfachenden Annahme, daß wie in Gleichung (10b) $P_0 = 1$ ist, zu den folgenden Beziehungen für den zeitlichen Verlauf der Druckänderung. Aus Gleichung (9) wird:

$$t = -\frac{2A}{v_{e}} \left[\frac{a}{3} x^{3} + \frac{aA}{2} x^{2} + (V + a + aA^{2}) x + (\{V + a\}A + aA^{3}) \ln \frac{A - x}{A} \right]$$
(911)

wo $x^2 = P - 1$ und $A^2 = P_e - 1$, bzw.

$$t = \frac{A^2}{v_e} \left[\frac{V+a}{2A} \ln \frac{A+x}{A-x} + \frac{a}{2} \ln \frac{A^2}{A^2 - x^2} \right]$$
(9III)

wo x = P - 1 und $A = P_e - 1$.

Die der Gleichung (10) entsprechenden Beziehungen werden:

$$t_{0.5} = \frac{2(P_e - 1)}{v_e} \left[0.517 (V + a) + 0.149 a (P_e - 1) \right]$$
(10II)

$$t_{0,5} = \frac{P_e - 1}{2v_e} \left[1,10 \left(V + a \right) + 0,288 a \left(P_e - 1 \right) \right]. \tag{10_{\text{III}}}$$

Für kleine Werte von (P_e-1) vereinfachen sich diese Gleichungen wieder wie oben und nehmen die mit der Gleichung (11) bis auf den Wert der Konstanten identische Form an:

$$t_{0,5} = \frac{P_e - 1}{v_e} \cdot 1,03 \, (V + a) \tag{1111}$$

$$t_{0,5} = \frac{P_e - 1}{v_e} \cdot 0.55 \ (V + a) \,.$$
 (11III)

Es ergibt sich also, daß die Halbanstiegszeit bei allen drei Annahmen die gleiche Abhängigkeit von den experimentellen Größen zeigt und sich nur um einen konstanten Faktor unterscheidet.

C. Experimentelle Prüfung der gefundenen Beziehungen

Zur experimentellen Prüfung der abgeleiteten Gleichungen wurde eine Anordnung benützt, die in Abb. 4 schematisch wiedergegeben ist. Um rasche Änderungen des primären Drucks erzielen zu können (der wieder auf die Membran M wirkt), sind die Hahnen H₁ und H₂ eingeschaltet. Durch H₁ kann die Flasche F auf einen gewünschten Druckwert angefüllt werden, der am Manometer Ma ablesbar ist. Das Volumen der Flasche F (3 l) ist gegenüber dem Volumen der Druckkapsel M so groß, daß durch Öffnen des Hahns H₂ (H₁ ist nun geschlossen), der in F herrschende Druck rasch und ohne Absinken des Niveaus auf die Kapsel M übertragen werden kann.



Abb. 4. Schema der Anordnung zur experimentellen Prüfung der Einstellungsgeschwindigkeit. Erklärungen im Text.



Abb. 5. Beispiele registrierter Einstellkurven, die mit der in Abb. 4 wiedergegebenen Vorrichtung gewonnen wurden. Abszisse: Zeit in Sekunden. Ordinate: Sekundärer Druck. Variiert wurde das Volumen V, dessen Werte an den Kurven angegeben wird.

Auf der sekundären Seite dient der Hahn H_3 als variabler Widerstand W_1 , mit dem die Geschwindigkeit v_e modifiziert werden kann. Sie wird an einem Differentialmanometer DM abgelesen. Zur Variation des Volumens Vund der Volumennachgiebigkeit a sind zwischen der Düse D und dem registrierenden Manometer RM an den Stellen I und II Seitenansätze angebracht. Bei I können variable Volumina V in Form von Flaschenräumen angesetzt werden, bei II variable Werte von a in Form von U-Rohr-Manometern mit variabler Flüssigkeit und variablem Querschnitt. Das registrierende Manometer RM war ein Quecksilbermanometer, mit dem der Druck am Rußkymographion registriert wurde.

Abb. 5 zeigt Beispiele von Registrierungen des Druckanstieges im Raum II bei Variation von V. Die Halbanstiegszeiten zeigen qualitativ die erwarteten Änderungen, entsprechend den berechneten Kurven der Abb. 2.

Um die Gleichungen (10) quantitativ zu prüfen, wurden in Abb. 6 die Werte von $t_{0,5}$ aus solchen Versuchen sowie aus anderen mit Variation von V, a, P_e und v_e gegen die variierten Größen (bzw. ihre Logarithmen) aufgetragen. Die für die experimentellen Werte von P_e , v_e , V und a nach Gleichung (10) berechneten Kurven sind ebenfalls eingezeichnet.

Die Übereinstimmung ist im ganzen gut. Variation von V, a und v_e ergeben Werte etwa entsprechend der Berechnung. Bei P_e sind die Abweichungen größer.

W. Wilbrandt, J. L. de la Cuadra und P. N. Witt



Abb. 6. Vergleich der gemessenen Halbanstiegszeiten (Kreise) mit den für die entsprechenden Parameterwerte berechneten Kurven (ausgezogen). A: Variation von V; B: Variation von a; C: Variation von v_{ϵ} ; D: Variation von P_{ϵ} . Die in A eingezeichnete gestrichelte Linie entspricht der halben Schwingungsdauer des verwendeten Quecksilbermanometers. In B sind für V = 300 drei berechnete Kurven gezeichnet, die sich in der Form des Widerstands unterscheiden (siehe Text). I entspricht dem Ohmschen Gesetz

Für die Variation von a (Abb. 6B) sind drei berechnete Kurven entsprechend den Gleichungen (11), (11_{II}) und (11_{III}) eingezeichnet (I, II, III). Die gemessenen Punkte liegen zwischen I und III. Auch in den anderen Versuchsreihen liegen sie tiefer als I.

Vermutlich ist das nicht darauf zurückzuführen, daß die Annahme III $\left(\frac{(P-1)^2}{v} \text{ konstant}\right)$ die Strömungsverhältnisse am Düsenausgang am besten wiedergibt. Sie werden eher der Annahme II $\left(\frac{P-1}{v^2} \text{ konstant}\right)$ entsprechen. Wahrscheinlicher ist, daß die oben diskutierte vereinfachende Annahme eines zeitlich konstanten Widerstandes verantwortlich ist. Sie muß, wie oben diskutiert, zu Werten $t_{0.5}$ führen, die zu hoch sind.

In den Versuchen der Abb. 6 wurde ein relativ träges System benützt. Bei den kleinsten Werten von V (Abb. 6A) geht offenbar die Rolle des limitierenden Faktors von der Auffüllung des Raums II an die träge Masse des verwendeten Quecksilbermanometers über: die Halbanstiegszeiten in der Nähe der Schwingungszeit des Manometers folgen nicht mehr der berechneten Kurve, sondern werden hier konstant.

Kürzere Zeiten lassen sich mit optischer Registrierung erreichen. Abb. 7

zeigt eine Kurve, die *E. Lopez-Botet*³ beim Ausbau einer Registriermethode für den Bronchialwiderstand bei kleinen Tieren gewonnen hat. Hier wurden *V* und *a* in der Größenordnung von 1 gehalten. Die gemessene Halbanstiegszeit ist etwa $\frac{1}{50}$ Sekunde.

Schließlich wurde auf folgende Weise ein Versuch unternommen, die experimentell unter günstigsten Bedingungen erreichbare Einstellgeschwindigkeit approximativ zu ermitteln.

Als Membran, die der Membran $M_{\rm I}$ in der Abb. 1 entsprechen würde, wurde die Membran eines Lautsprechers verwendet, der von einem Frequenzgenerator (Philips) mit variablen Frequenzen gespeist wurde. Mit optischer Registrierung des Drucks im Raum II wurde geprüft, bis zu welchen Frequenzen das übertragene System den Membranschwan-



Abb. 7. Einstellkurve einer relativ trägheitsarmen Übertragung (benützt zur Registrierung des Bronchialwiderstands ankleinen Tieren (*Lopez*, 1952).

kungen an der Membran $M_{\rm I}$ zu folgen imstande ist. Auf die photographische Aufnahme der optischen Ausschläge wurde verzichtet, da bei den hohen verwendeten Frequenzen die Breite des entworfenen Bandes, die die Amplitude der Schwingungen wiedergibt und die die einzige interessierende Größe ist, bequem ausgemessen werden konnte.

Abb. 8 zeigt einige Frequenzkurven, die so gewonnen wurden. Sie zeigen, aufgelagert auf eine basale Amplitude, die bis über 300 Hertz konstant bleibt und den Wert Null in einem Fall erst bei 900 Hertz erreicht, Maxima an verschiedenen Stellen, die sich mit den experimentellen Bedingungen verschieben und im Verlauf verändern. Diese Maxima sind offenbar durch gewisse Eigenfrequenzen der Apparatur bestimmt, die sich nicht vermeiden, dagegen durch Veränderung der Bedingungen verschieben lassen. Wichtig ist, daß die basale Frequenz bis über 300 Hertz konstant bleiben kann und daß Ausschläge, wenn auch nicht konstant, d. h. amplitudengetreu, bis zu 800–900 Hertz nachweisbar bleiben können.

Die Werte der Parameter waren folgende: $P_e = \text{ca. } 1,004, v_e = 80, V = 1,1, a = 0.95$, woraus sich für $t_{0.5}$ ergeben würde:

 $\frac{0.004}{80} \cdot 2.05 \cdot 0.69 = 0.00007$ Sekunden oder $\frac{1}{14.000}$ Sekunden.

Diese Bestimmungen haben nur groben Näherungswert. Was sie zeigen, ist zunächst, daß die Berechnung auch für extreme Werte der Parameter größenordnungsmäßig brauchbar bleibt. Ferner, daß man durch entsprechende Dimensionierung von der Geschwindigkeit der Auffüllung des

³ Unveröffentlichte Versuche.

¹² Helv. Physiol. Acta 10, 1952



Abb. 8. Trägheit einer pneumatischen Übertragung mit extremen Parameterwerten. Die Ordinaten sind die optisch registrierten (bzw. ausgemessenen) Amplituden bei pneumatischer Übertragung verschieden frequenter Schwingungen einer Membran. Benützt wurde die Membran eines von einem Frequenzgenerator (Philips) gespeisten Lautsprechers.

Raums II praktisch weitgehend unabhängig werden kann. Damit ist gemeint, daß dann limitierende Eigenfrequenzen auftreten werden, bevor die Auffüllung zu langsam wird. Die Probleme der Trägheit sind dann die gleichen wie bei den üblichen direkten Registrierungen.

Zusammenfassung

Die Trägheit der pneumatischen Druckübertragung bzw. Druckverstärkung wurde durchgerechnet. Als Maß wurde gewählt die Halbanstiegszeit, d. h. die Zeit, zu der nach einem plötzlichen Anstieg des primären (zu übertragenden bzw. zu verstärkenden) Drucks der sekundäre Druck sich um 50% der totalen Druckänderung verschoben hat. Die Halbanstiegszeit er-

weist sich als abhängig von vier Parametern: dem Volumen V des aufzufüllenden Raumes, der Volumnachgiebigkeit (reziproke Volumelastizität) dieses Raumes (a = dV/dP), der Strömungsgeschwindigkeit v des Luftstroms und der Größe der totalen Druckänderung ΔP :

 $t_{0,5}=\frac{\varDelta\,P}{v}\cdot(V+a)\cdot0,69.$ (Vereinfachte Form der entwickelten Beziehung.)

Die abgeleiteten Gleichungen wurden experimentell geprüft, wobei sich befriedigende Übereinstimmung ergab.

Bei extremer Wahl der Parameterwerte können nach der Berechnung Halbanstiegszeiten bis zur Größenordnung von $1/_{10000}$ und $1/_{10000}$ -Sekunden erreicht werden. Experimentell konnte gezeigt werden, daß optisch unter solchen Bedingungen Frequenzen bis über 300 Hertz ohne Amplitudenverlust übertragen werden können. Praktisch wird diese Einstellgeschwindigkeit bei mechanischer Registrierung nicht ausnützbar sein, weil die Eigenfrequenzen der registrierenden Apparatur tiefer liegen.

Summary

A calculation of the inertia in pneumatic pressure transmission and amplification is presented. The criterion used is the half-time, $t_{0,5}$, defined as the time required for development of 50% of the total pressure change in the secondary system after a sudden rectangular change in the primary system. The halftime is a function of four variables: the volume V of the space to be filled with air, the reciprocal volume elasticity of this space a = dV/dP, the velocity of the air current v, and the value of the total pressure change of the secondary system, ΔP . Under certain simplifying conditions the function is:

$$t_{0,5} = \frac{\Delta P}{v} \cdot (V+a) \cdot 0,69$$
.

Experimental determinations are in good agreement with this equation. If extreme values of the variables are chosen, half-times of the order of 0,001 and 0,0001 seconds are calculated. Experimentally under such conditions frequencies up to 300 c.p.s. were transmitted without loss of amplitude using an optical manometer. For practical purposes this velocity of adaptation may not be realizable because the limiting frequencies of mechanical recording systems will be lower.